BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№3 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2015

UOT 539.12-17

MAQNİTLƏŞMİŞ MÜHİTDƏ NEYTRİNO-ANTİNEYTRİNO CÜTLƏRİNİN ELEKTRON-POZİTRON CÜTLƏRİNƏ ANNİHİLYASİYASI PROSESLƏRİ ÜÇÜN QADAĞANOLMA PRİNSİPİ VƏ SEÇMƏ QAYDASI

R.E.QASIMOVA
AMEA Şamaxı Astrofizika Rəsədxanası,
Bakı Dövlət Universiteti, Qafqaz Universiteti, Naxçıvan Dövlət Universiteti
gasimovar@yahoo.co.uk

Göstərilmişdir ki, neytrinolar və antineytrinolar maqnit sahəsinin intensivlik vektoru ilə üst-üstə düşən z *-oxu üzrə bir-birinə əks istiqamətlərdə hərəkət edərsə, onda pozitronların və elektronların Landau səviyyələrinin* $n, n' = 0,1,2,...$ *nömrələri üçün* $\Delta n = n - n' = 0$ *və* $|\Delta n| = |n - n'| \geq 2$ *olan* $\nu_i \tilde{\nu}_i \to e^- e^+$ *prosesləri qadağan olunubdur.* $n = 1,2,...$ *və* $n' = 0,1,2,...$ *kvant ədədləri üçün* $\Delta n = \pm 1$ *olan* $\nu_i \tilde{\nu}_i \to e^- e^+$ *proseslərinin aqibəti isə aşağıdakı kimidir: əgər neytrinolar maqnit sahəsi istiqamətində, antineytrinolar isə maqnit sahəsinin əksi istiqamətində hərəkət edərsə, onda* $\Delta n = +1$ *(*$\Delta n = -1$*) olan* $\nu_i \tilde{\nu}_i \to e^- e^+$ *prosesləri qadağan olunmayıbdır (qadağan olunubdur); əgər neytrinolar maqnit sahəsinin əksi istiqamətində, antineytrinolar isə maqnit sahəsi istiqamətində hərəkət edərsə, onda* $\Delta n = -1$ *(*$\Delta n = +1$*) olan* $\nu_i \tilde{\nu}_i \to e^- e^+$ *prosesləri qadağan olunmayıbdır (qadağan olunubdur).*

Açar sözlər: Lyaher funksiyası, əsas Landau səviyyəsi, aşağı Landau səviyyəsi, maqnit sahəsi, neytrino-antineytrino cütləri, elektron-pozitron cütləri

Neytron ulduzlarının maqnitosferasında və digər astrofiziki obyektlərdə və proseslərdə olduqca güclü maqnit sahələrinə rast gəlinməsi yüksək enerjili elementar zərrəciklərin qarşılıqlı təsirinin intensiv maqnit sahələrində araşdırılması üçün stimul yaradır. Neytron ulduzlarının maqnitosferasında mövcud olan güclü maqnit sahələrinin intensivliklərinin qiyməti, hətta Şvinger sahə intensivliyinin qiymətini aşa bilir: $H \geq H_0 = m_e^2 c^3 / e\hbar = 4{,}41 \times 10^{13}\, Qs$ [1]. Maqnitarlarda rast gələnən maqnit sahələrinin intensivliklərinin qiyməti $H \sim 10^{15}\, Qs$ tərtibində [2, 3], ifratyeni ulduzların partlayışı zamanı yaranan maqnit sahələrinin intensivliklərinin qiyməti isə $H \sim 10^{15}\, Qs - 10^{17}\, Qs$

tərtibində olur [4-9]. İntensivliyinin qiyməti $H \sim 10^9 Qs$ tərtibində olan maqnit sahələrinə ağ cırtdan ulduzlarında rast gəlinir.

Yüksək enerjili kosmik elektronların və pozitronların əsas mənbələrindən biri olmaq və γ-şüaların sıçrayışlı alışmasına təkan vermək baxımından güclü maqnitləşmiş kosmik obyektlərdə (o cümlədən, maqnitarlar kimi güclü maqnitləşmiş ulduzlarda) neytrino-antineytrino cütlərinin elektron-positron cütlərinə annihilyasiyası proseslərinin

$$\nu_i + \widetilde{\nu}_i \to e^- + e^+ \tag{1}$$

tədqiqi xüsusi aktuallıq kəsb edir [10-21]. Xarici maqnit sahəsində $\nu_i \widetilde{\nu}_i \to e^- e^+$ proseslərini tədqiq edərkən həmin prosesləri xarakterizə edən enerji və impuls itkiləri, effektiv kəsik kimi fiziki kəmiyyətləri hesablamaq lazım gəlir. Məlum olur ki, xarici maqnit sahəsində $\nu_i \widetilde{\nu}_i \to e^- e^+$ proseslərini xarakterizə edən enerji və impuls itkilərinin, effektiv kəsiyin ifadələrinə müxtəlif indeksli $I_{n,n'}(x)$, $I_{n,n'-1}(x)$, $I_{n-1,n'}(x)$ və $I_{n-1,n'-1}(x)$ kimi Lyaher funksiyaları daxil olur. Lyaher funksiyalarının indekslərində dayanan n və n' indeksləri, uyğun olaraq, son haldakı pozitronun və elektronun baş kvant ədədləridir. n və n' kvant ədədləri, uyğun olaraq, maqnit sahəsində pozitronun və elektronun $E = E(n, p_z) = \sqrt{m_e^2 + 2eHn + p_z^2}$ və ya $E' = E'(n', p'_z) = \sqrt{m_e^2 + 2eHn' + p'^2_z}$ enerjilərinin Landau səviyyələrinin nömrəsini göstərir [22]. Burada m_e elektronun (pozitronun) kütləsini, p_z və p'_z, uyğun olaraq, pozitronun və elektronun impulsunun z-oxu boyunca yönəlmiş üçüncü komponentini, e elementar yükün mütləq qiymətini göstərir. n və n' indeksləri arasındakı

$$\Delta n = n - n' \tag{2}$$

fərqindən asılı olaraq, Lyaher funksiyaları sadə şəklə düşür və Lyaher funksiyalarının məlum xassələri, verilmiş indekslər üçün hesablanmış bir Lyaher funksiyasının ifadəsindən və ya qiymətindən başqa indekslərlə olan digər Lyaher funksiyasının ifadəsini və ya qiymətini asanlıqla almağa imkan verir. Bundan başqa, müxtəlif Landau səviyyələrinə uyğun gələn n və n' kvant ədədlərinin ixtiyari qiymətlərində Lyaher funksiyalarının arqumenti $x = 0$ olduqda həmin funksiyalar konkret qiymətlər alır. Bu halda bir sıra Landau səviyyələri üçün Lyaher funksiyalarının bəziləri sıfra bərabər olduğuna görə xarici maqnit sahəsində $\nu_i \widetilde{\nu}_i \to e^- e^+$ proseslərini xarakterizə edən enerji və impuls itkilərinin və effektiv kəsiyin ifadələri olduqca sadə şəklə düşür, baxılan proseslərin təhlili sadələşir və konkret nəticələrə gəlmək asanlaşır. Lyaher funksiyalarının arqumenti $x = 0$ olduqda Δn fərqinə görə $\nu_i \widetilde{\nu}_i \to e^- e^+$ proseslərinin gedə bilməsi və ya qadağan olması haqda konkret fikir söyləmək olur. Lyaher funksiyalarının arqumenti $x = 0$ olduqda n və n' kvant ədədləri arasındakı fərq maqnit sahəsində $\nu_i \widetilde{\nu}_i \to e^- e^+$ proseslərinin baş veribverməməsinə dair Landau səviyyələrinin nömrələrinin Δn fərqi üçün seçmə qaydasını və ya qadağanolma prinsipini müəyyən etməyə imkan verir.

Neytron ulduzlarının maqnit sahəsində aşağı Landau səviyyələrində yerləşən elektron və pozitronlara çox rast gəlindiyinə görə biz bu işdə n və n' kvant ədədlərinin kiçik qiymətlərinə, daha dəqiq desək,

$$n, n' = 0, 1, 2, 3 \tag{3}$$

qiymətlərinə baxmaqla kifayətlənəcəyik.

Bu işdə məqsəd xarici maqnit sahəsində neytrino və antineytrinolar sahənin intensivlik vektoru ilə üst-üstə düşən z -oxu üzrə bir-birinə əks istiqamətlərdə hərəkət etdikdə neytrino-antineytrino cütlərinin elektron-pozitron cütlərinə annihilyasiyası proseslərinin $\nu_i\widetilde{\nu}_i \to e^- e^+$ effektiv kəsiyinin ümumi ifadəsi və müxtəlif indeksli Lyaher funksiyalarının əsas və aşağı Landau səviyyələri üçün hesablanması əsasında baxılan proseslərin baş verib-verməməsini ayırd etməyə imkan verən qadağanolma prinsipinin və Landau səviyyələrinin nömrələrinin Δn fərqi üçün seçmə qaydasının müəyyən edilməsidir.

Maqnitləşmiş mühitdə neytrino-antineytrino cütlərinin elektron-pozitron cütlərinə annihilyasiyası proseslərinin effektiv kəsiyi

Maqnitləşmiş mühitdə neytrino-antineytrino cütlərinin elektron-pozitron cütlərinə annihilyasiyası proseslərinin effektiv kəsiyi aşağıdakı ifadə ilə verilir:

$$\sigma = \frac{G_F^2}{4\pi} m_e^2 \frac{H}{H_0} \frac{1}{1 - \sin\vartheta \sin\vartheta' \cos(\alpha - \alpha') - \cos\vartheta \cos\vartheta'} \times$$
$$\times \sum_{n,n'=0}^{\infty} \sum_i \frac{E_i E_i'}{\left|E_i' p_{zi} - E_i p_{zi}'\right|} \left(1 - f_{e^-}\right)\left(1 - f_{e^+}\right) R_0 \tag{4}$$

Burada G_F - zəif qarşılıqlı təsirin Fermi sabiti, m_e - elektronun (pozitronun) kütləsi, H - maqnit sahəsinin intensivliyinin qiyməti, $H_0 = m_e^2 / e$ - Şvinqer sahə intensivliyi ($\hbar = c = 1$ olan vahidlər sistemində), $\vartheta(\vartheta')$ və $\alpha(\alpha')$, uyğun olaraq, neytrinonun (antineytrinonun) impulsunun polyar və azimutal bucağı, $E_i(E_i')$ və $p_{zi}(p_{zi}')$, uyğun olaraq, pozitronun (elektronun) enerjisi və impulsunun üçüncü komponenti, f_{e^-} və f_{e^+}, uyğun olaraq, elektron və pozitron qazlarının Fermi-Dirak paylanma funksiyasıdır. (4) düsturuna daxil olan R_0 kəmiyyəti elektronun və pozitronun spinlərinin eninə polyarlaşmaları halında $\nu_i\widetilde{\nu}_i \to e^- e^+$ proseslərinin amplitudunun (və ya matris elementinin) modulunun kvadratından alınan kəmiyyət olub, aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$R_0 = d_1\left(t_1 I_4^2 + t_2 I_3^2 + 2t_3 I_3 I_4\right) + 2d_2\left(t_4 I_1^2 + t_5 I_2^2\right) +$$
$$+ d_3\left(t_6 I_4^2 + t_7 I_3^2 + 2t_8 I_3 I_4\right) + 4d_4 t_9 I_1 I_2 - 2d_5\left(t_{10} I_4^2 + t_{11} I_3^2 + t_{12} I_3 I_4\right) -$$

$$-2d_6\left(t_4 I_1^2 - t_5 I_2^2\right) + 2d_7\left(t_{13} I_1 I_3 + t_{14} I_1 I_4 + t_{15} I_2 I_3 + t_{16} I_2 I_4\right) -$$
$$-2d_8\left(t_{17} I_1 I_3 + t_{18} I_1 I_4 - t_{19} I_2 I_3 - t_{20} I_2 I_4\right) -$$
$$-2d_9\left(t_{17} I_1 I_3 + t_{18} I_1 I_4 + t_{19} I_2 I_3 + t_{20} I_2 I_4\right) -$$
$$-2d_{10}\left(t_{13} I_1 I_3 + t_{14} I_1 I_4 - t_{15} I_2 I_3 - t_{16} I_2 I_4\right). \tag{5}$$

Burada d_i $\left(i = 1,\ 2,\ ...,\ 10\right)$ əmsalları neytrinonun (antineytrinonun) impulsunun ϑ (ϑ') polyar bucağından və $\alpha(\alpha')$ azimutal bucağından asılı olan əmsallardır:

$$d_1 = 1 + \cos\vartheta \cos\vartheta', \tag{6}$$
$$d_2 = 1 - \cos\vartheta \cos\vartheta', \tag{7}$$
$$d_3 = \sin\vartheta \sin\vartheta' \cos(\alpha - \alpha'), \tag{8}$$
$$d_4 = \sin\vartheta \sin\vartheta' \cos(\alpha + \alpha' - 2\varphi), \tag{9}$$
$$d_5 = \cos\vartheta + \cos\vartheta', \tag{10}$$
$$d_6 = \cos\vartheta - \cos\vartheta', \tag{11}$$
$$d_7 = \sin\vartheta \cos(\alpha - \varphi) + \sin\vartheta' \cos(\alpha' - \varphi), \tag{12}$$
$$d_8 = \sin\vartheta \cos(\alpha - \varphi) - \sin\vartheta' \cos(\alpha' - \varphi), \tag{13}$$
$$d_9 = \cos\vartheta \sin\vartheta' \cos(\alpha' - \varphi) + \cos\vartheta' \sin\vartheta \cos(\alpha - \varphi). \tag{14}$$
$$d_{10} = \cos\vartheta \sin\vartheta' \cos(\alpha' - \varphi) - \cos\vartheta' \sin\vartheta \cos(\alpha - \varphi). \tag{15}$$

(5) ifadəsində t_i $\left(i = 1, 2, ..., 20\right)$ əmsalları pozitronun və elektronun spin kvant ədədləri daxil olan yeni spin əmsallarıdır:

$$t_1 = \frac{1}{4}\left[g_+(1 - \nu\nu') - 2g_\perp(\nu - \nu')\right](1 - \zeta\beta)(1 - \zeta'\beta'), \tag{16}$$
$$t_2 = \frac{1}{4}\left[g_+(1 - \nu\nu') + 2g_\perp(\nu - \nu')\right](1 + \zeta\beta)(1 + \zeta'\beta'), \tag{17}$$
$$t_3 = \frac{1}{4} g_-(1 - \nu\nu')\left(1 - \beta^2\right)^{1/2}\left(1 - \beta'^2\right)^{1/2}\zeta\zeta', \tag{18}$$
$$t_4 = \frac{1}{8}\left[g_+(1 + \nu\nu') - g_-\left(1 - \nu^2\right)^{1/2}\left(1 - \nu'^2\right)^{1/2}\zeta\zeta' - 2g_\perp(\nu + \nu')\right](1 - \zeta\beta)(1 + \zeta'\beta'), \tag{19}$$
$$t_5 = \frac{1}{8}\left[g_+(1 + \nu\nu') - g_-\left(1 - \nu^2\right)^{1/2}\left(1 - \nu'^2\right)^{1/2}\zeta\zeta' + 2g_\perp(\nu + \nu')\right](1 + \zeta\beta)(1 - \zeta'\beta'), \tag{20}$$
$$t_6 = -\frac{1}{4} g_-\left(1 - \nu^2\right)^{1/2}\left(1 - \nu'^2\right)^{1/2}(1 - \zeta\beta)(1 - \zeta'\beta')\zeta\zeta', \tag{21}$$
$$t_7 = -\frac{1}{4} g_-\left(1 - \nu^2\right)^{1/2}\left(1 - \nu'^2\right)^{1/2}(1 + \zeta\beta)(1 + \zeta'\beta')\zeta\zeta', \tag{22}$$

$$t_8 = -\frac{1}{4} g_+ \left(1-\nu^2\right)^{1/2} \left(1-\nu'^2\right)^{1/2} \left(1-\beta^2\right)^{1/2} \left(1-\beta'^2\right)^{1/2}, \tag{23}$$

$$t_9 = \frac{1}{8}\left[- g_+ \left(1-\nu^2\right)^{1/2} \left(1-\nu'^2\right)^{1/2} + g_- \left(1+\nu\nu'\right)\zeta\zeta'\right]\left(1-\beta^2\right)^{1/2} \left(1-\beta'^2\right)^{1/2}, \tag{24}$$

$$t_{10} = \frac{1}{8}\left[- g_+ \left(\nu-\nu'\right) + 2g_\perp \left(1-\nu\nu'\right)\right]\left(1-\zeta\beta\right)\left(1-\zeta'\beta'\right), \tag{25}$$

$$t_{11} = \frac{1}{8}\left[- g_+ \left(\nu-\nu'\right) - 2g_\perp \left(1-\nu\nu'\right)\right]\left(1+\zeta\beta\right)\left(1+\zeta'\beta'\right), \tag{26}$$

$$t_{12} = -\frac{1}{4} g_- \left(\nu-\nu'\right)\left(1-\beta^2\right)^{1/2} \left(1-\beta'^2\right)^{1/2} \zeta\zeta', \tag{27}$$

$$t_{13} = \frac{1}{8}\left[- g_+ \left(1-\nu^2\right)^{1/2} + g_- \left(1-\nu'^2\right)^{1/2} \zeta\zeta' + 2g_\perp \nu' \left(1-\nu^2\right)^{1/2}\right]\left(1-\beta^2\right)^{1/2} \left(1+\zeta'\beta'\right), \tag{28}$$

$$t_{14} = \frac{1}{8}\left[g_+ \left(1-\nu'^2\right)^{1/2} - g_- \left(1-\nu^2\right)^{1/2} \zeta\zeta' - 2g_\perp \nu \left(1-\nu'^2\right)^{1/2}\right]\left(1-\beta'^2\right)^{1/2} \left(1-\zeta\beta\right), \tag{29}$$

$$t_{15} = \frac{1}{8}\left[g_+ \left(1-\nu'^2\right)^{1/2} - g_- \left(1-\nu^2\right)^{1/2} \zeta\zeta' + 2g_\perp \nu \left(1-\nu'^2\right)^{1/2}\right]\left(1-\beta'^2\right)^{1/2} \left(1+\zeta\beta\right), \tag{30}$$

$$t_{16} = \frac{1}{8}\left[- g_+ \left(1-\nu^2\right)^{1/2} + g_- \left(1-\nu'^2\right)^{1/2} \zeta\zeta' - 2g_\perp \nu' \left(1-\nu^2\right)^{1/2}\right]\left(1-\beta^2\right)^{1/2} \left(1-\zeta'\beta'\right), \tag{31}$$

$$t_{17} = \frac{1}{8}\left[- g_+ \nu' \left(1-\nu^2\right)^{1/2} + g_- \nu \left(1-\nu'^2\right)^{1/2} \zeta\zeta' + 2g_\perp \left(1-\nu^2\right)^{1/2}\right]\left(1-\beta^2\right)^{1/2} \left(1+\zeta'\beta'\right), \tag{32}$$

$$t_{18} = \frac{1}{8}\left[- g_+ \nu \left(1-\nu'^2\right)^{1/2} - g_- \nu' \left(1-\nu^2\right)^{1/2} \zeta\zeta' + 2g_\perp \left(1-\nu'^2\right)^{1/2}\right]\left(1-\beta'^2\right)^{1/2} \left(1-\zeta\beta\right), \tag{33}$$

$$t_{19} = \frac{1}{8}\left[- g_+ \nu \left(1-\nu'^2\right)^{1/2} - g_- \nu' \left(1-\nu^2\right)^{1/2} \zeta\zeta' - 2g_\perp \left(1-\nu'^2\right)^{1/2}\right]\left(1-\beta'^2\right)^{1/2} \left(1+\zeta\beta\right), \tag{34}$$

$$t_{20} = \frac{1}{8}\left[- g_+ \nu' \left(1-\nu^2\right)^{1/2} - g_- \nu \left(1-\nu'^2\right)^{1/2} \zeta\zeta' - 2g_\perp \left(1-\nu^2\right)^{1/2}\right]\left(1-\beta^2\right)^{1/2} \left(1-\zeta'\beta'\right), \tag{35}$$

Burada

$$\nu = \frac{p_z}{E}, \tag{36}$$

$$\nu' = \frac{p'_z}{E'}, \tag{37}$$

$$\beta = \frac{m_l}{\sqrt{E^2 - p_z^2}}, \tag{38}$$

$$\beta' = \frac{m_l}{\sqrt{E'^2 - p_z'^2}}, \tag{39}$$

$$g_\pm = g_V^2 \pm g_A^2, \tag{40}$$

$$g_\perp = g_V g_A. \tag{41}$$

(40) və (41) ifadələrinə daxil olan g_V və g_A parametrləri aşağıdakı kimi təyin edilir: $\nu_e\widetilde{\nu}_e \to e^- e^+$ prosesi üçün $g_V = 0.5 + 2\sin^2\theta_W$ və $g_A = 0.5$, $\nu_\mu\widetilde{\nu}_\mu \to e^- e^+$, $\nu_\tau\widetilde{\nu}_\tau \to e^- e^+$ prosesləri üçün isə $g_V = -0.5 + 2\sin^2\theta_W$ və $g_A = -0.5$ [23]. (5) ifadəsi ilə verilən R_0 funksiyasına daxil olan I_1, I_2, I_3 və I_4 funksiyaları müxtəlif indeksli Lyaher funksiyaları olub, uyğun olaraq, aşağıdakı şəkildə təyin edilir:

$$I_1 = I_{n,n'-1}(x), \tag{42}$$

$$I_2 = I_{n-1,n'}(x), \tag{43}$$

$$I_3 = I_{n-1,n'-1}(x), \tag{44}$$

$$I_4 = I_{n,n'}(x). \tag{45}$$

Ümumi halda, Lyaher funksiyası aşağıdakı kimi təyin olunur [22, 24]:

$$I_{nn'}(x) = \left(\frac{n'!}{n!}\right)^{1/2} e^{-x/2} x^{(n-n')/2} L_{n'}^{n-n'}(x). \tag{46}$$

Burada $L_{n'}^{n-n'}(x)$ çoxhədlisi

$$x = \frac{q_x^2 + q_y^2}{2h} \tag{47}$$

arqumentindən asılı olan Lyaher çoxhədlisidir [25]:

$$L_k^s(x) = \frac{1}{k!} e^x x^{-s} \frac{d^k}{dx^k}\left(e^{-x} x^{k+s}\right). \tag{48}$$

(5) ifadəsi ilə verilən R_0 funksiyasını ümumi halda I_1, I_2, I_3 və I_4 funksiyalarından asılı olan aşağıdakı çoxhədli şəklində vermək olar:

$$R_0 = a_1 I_1^2 + a_2 I_2^2 + a_3 I_3^2 + a_4 I_4^2 + a_5 I_1 I_2 + a_6 I_1 I_3 + a_7 I_1 I_4 + a_8 I_2 I_3 + a_9 I_2 I_4 + a_{10} I_3 I_4. \tag{49}$$

Burada a_i $(i = 1, 2, ..., 10)$ kəmiyyətləri neytrinonun və antineytrinonun impulsunun polyar və azimutal bucaqlarını özündə ehtiva edən d_i bucaq əmsallarından və elektronun və pozitronun spin kvant ədədlərini, enerjilərini, impulslarının üçüncü komponentlərini, kütləsini, maqnit sahəsinin intensivliyinin qiymətini və digər parametrləri özündə ehtiva edən t_i spin əmsallarından düzəldilmiş yeni əmsallardır:

$$a_1 = 2(d_2 - d_6)t_4, \tag{50}$$

$$a_2 = 2(d_2 + d_6)t_5, \tag{51}$$

$$a_3 = d_1 t_2 + d_3 t_7 - 2d_5 t_{11}, \tag{52}$$

$$a_4 = d_1 t_1 + d_3 t_6 - 2d_5 t_{10}, \tag{53}$$

$$a_5 = 4d_4 t_9, \tag{54}$$

$$a_6 = -2[(d_7 - d_{10})t_{13} - (d_8 + d_9)t_{17}], \tag{55}$$

$$a_7 = -2\left[(d_7 - d_{10})t_{14} - (d_8 + d_9)t_{18}\right], \quad (56)$$
$$a_8 = -2\left[(d_7 + d_{10})t_{15} + (d_8 - d_9)t_{19}\right], \quad (57)$$
$$a_9 = -2\left[(d_7 + d_{10})t_{16} + (d_8 - d_9)t_{20}\right], \quad (58)$$
$$a_{10} = 2\left[d_1 t_3 + d_3 t_8 - d_5 t_{12}\right]. \quad (59)$$

(49) ifadəsindən göründüyü kimi R_0 kəmiyyətinə Lyaher funksiyalarının cüt-cüt hasili aşağıdakı kombinasiyalarda daxil olur: I_1^2, I_2^2, I_3^2, I_4^2, $I_1 I_2$, $I_1 I_3$, $I_1 I_4$, $I_2 I_3$, $I_2 I_4$, $I_3 I_4$.

Neytrino-antineytrino cütlərinin annihilyasiyası hesabına elektron və pozitronlar əsas və aşağı Landau səviyyələrində yarandıqda Lyaher funksiyalarının hesablanması

Lyaher çoxhədlisinin (48) ifadəsini və Lyaher funksiyasının (46) ifadəsini I_1, I_2, I_3 və I_4 Lyaher funksiyalarında nəzərə almaqla aşağıdakı sadə düsturları yaza bilərik:

$$I_1 = I_{n,n'-1}(x) = \frac{1}{\left[n!(n'-1)!\right]^{1/2}} e^{\frac{x}{2}} x^{-\frac{n-n'+1}{2}} \frac{d^{n'-1}}{dx^{n'-1}}\left(e^{-x} x^n\right), \quad (60)$$

$$I_2 = I_{n-1,n'}(x) = \frac{1}{\left[(n-1)!n'!\right]^{1/2}} e^{\frac{x}{2}} x^{-\frac{n-n'-1}{2}} \frac{d^{n'}}{dx^{n'}}\left(e^{-x} x^{n-1}\right), \quad (61)$$

$$I_3 = I_{n-1,n'-1}(x) = \frac{1}{\left[(n-1)!(n'-1)!\right]^{1/2}} e^{\frac{x}{2}} x^{-\frac{n-n'}{2}} \frac{d^{n'-1}}{dx^{n'-1}}\left(e^{-x} x^{n-1}\right), \quad (62)$$

$$I_4 = I_{n,n'}(x) = \frac{1}{\left[n!n'!\right]^{1/2}} e^{\frac{x}{2}} x^{-\frac{n-n'}{2}} \frac{d^{n'}}{dx^{n'}}\left(e^{-x} x^n\right). \quad (63)$$

Qeyd etmək lazımdır ki, Lyaher funksiyasının indekslərindən biri və ya hər ikisi mənfi qiymət aldıqda Lyaher funksiyası sıfra bərabər götürülür [24]. Əsas və aşağı Landau səviyyələrinə uyğun gələn n və n' kvant ədədlərinin $n, n' = 0,1,2,3$ qiymətlərindən düzəldilmiş və elektroların və pozitronların müxtəlif Landau səviyyələrində yerləşdiyi hallara uyğun olan (n, n') şəklində aşağıdakı kombinasiyalar mümkündür: $(0,0)$, $(0,1)$, $(0,2)$, $(0,3)$, $(1,0)$, $(1,1)$, $(1,2)$, $(1,3)$, $(2,0)$, $(2,1)$, $(2,2)$, $(2,3)$, $(3,0)$, $(3,1)$, $(3,2)$, $(3,3)$. Bu 16 kombinasiyanın hər biri üçün I_1, I_2, I_3 və I_4 Lyaher funksiyalarının olması müxtəlif indeksli 64 Lyaher funksiyasının hesablanması deməkdir. Lakin mənfi indeksli Lyaher funksiyasının sıfra bərabər olması xassəsi və ixtiyari m

və k indeksləri üçün Lyaher funksiyasının

$$I_{m,k}(x) = (-1)^{k-m} I_{k,m}(x), \quad (k \geq m) \tag{64}$$

xassəsi [24] hesablamaları çox sadələşdirir.

Bir çox praktik məsələlərdə I_1, I_2, I_3 və I_4 Lyaher funsiyalarının arqumentinin

$$x = \frac{\omega^2 \sin^2 \vartheta + \omega'^2 \sin^2 \vartheta' + 2\omega\omega' \sin\vartheta \sin\vartheta' \cos(\alpha - \alpha')}{2eH} \tag{65}$$

qiymətinin $x = 0$ olan halına rast gəlinir. Məsələn, xarici maqnit sahəsində neytrino-antineytrino cütlərinin elektron-pozitron cütlərinə annihilyasiyası prosesləri zamanı neytrino və antineytrinolar sahənin intensivlik vektoru ilə üst-üstə düşən z-oxu üzrə bir-birinə əks istiqamətlərdə hərəkət etdikdə $x = 0$ olur. Bu halda Lyaher funksiyalarının qiyməti ya sıfra, ya da vahidə bərabər olur. $x = 0$ olan halda $n, n' = 0,1,2,3$ indeksləri üçün Lyaher funksiyalarının hesablanmış dəqiq qiymətləri cədvəl 1-də verilmişdir.

Cədvəl 1

$x = 0$ olduqda $n, n' = 0,1,2,3$ üçün Lyaher funksiyalarının qiymətləri

(n,n')	$I_1(0) = I_{n,n'-1}(0)$	$I_2(0) = I_{n-1,n'}(0)$	$I_3(0) = I_{n-1,n'-1}(0)$	$I_4(0) = I_{n,n'}(0)$
$(0,0)$	$I_1(0) = I_{0,-1}(0) = 0$	$I_2(0) = I_{-1,0}(0) = 0$	$I_3(0) = I_{-1,-1}(0) = 0$	$I_4(0) = I_{0,0}(0) = 1$
$(0,1)$	$I_1(0) = I_{0,0}(0) = 1$	$I_2(0) = I_{-1,1}(0) = 0$	$I_3(0) = I_{-1,0}(0) = 0$	$I_4(0) = I_{0,1}(0) = 0$
$(0,2)$	$I_1(0) = I_{0,1}(0) = 0$	$I_2(0) = I_{-1,2}(0) = 0$	$I_3(0) = I_{-1,1}(0) = 0$	$I_4(0) = I_{0,2}(0) = 0$
$(0,3)$	$I_1(0) = I_{0,2}(0) = 0$	$I_2(0) = I_{-1,3}(0) = 0$	$I_3(0) = I_{-1,2}(0) = 0$	$I_4(0) = I_{0,3}(0) = 0$
$(1,0)$	$I_1(0) = I_{1,-1}(0) = 0$	$I_2(0) = I_{0,0}(0) = 1$	$I_3(0) = I_{0,-1}(0) = 0$	$I_4(0) = I_{1,0}(0) = 0$
$(1,1)$	$I_1(0) = I_{1,0}(0) = 0$	$I_2(0) = I_{0,1}(0) = 0$	$I_3(0) = I_{0,0}(0) = 1$	$I_4(0) = I_{1,1}(0) = 1$
$(1,2)$	$I_1(0) = I_{1,1}(0) = 1$	$I_2(0) = I_{0,2}(0) = 0$	$I_3(0) = I_{0,1}(0) = 0$	$I_4(0) = I_{1,2}(0) = 0$
(n,n')	$I_1(0) = I_{n,n'-1}(0)$	$I_2(0) = I_{n-1,n'}(0)$	$I_3(0) = I_{n-1,n'-1}(0)$	$I_4(0) = I_{n,n'}(0)$
$(1,3)$	$I_1(0) = I_{1,2}(0) = 0$	$I_2(0) = I_{0,3}(0) = 0$	$I_3(0) = I_{0,2}(0) = 0$	$I_4(0) = I_{1,3}(0) = 0$
$(2,0)$	$I_1(0) = I_{2,-1}(0) = 0$	$I_2(0) = I_{1,0}(0) = 0$	$I_3(0) = I_{1,-1}(0) = 0$	$I_4(0) = I_{2,0}(0) = 0$
$(2,1)$	$I_1(0) = I_{2,0}(0) = 0$	$I_2(0) = I_{1,1}(0) = 1$	$I_3(0) = I_{1,0}(0) = 0$	$I_4(0) = I_{2,1}(0) = 0$
$(2,2)$	$I_1(0) = I_{2,1}(0) = 0$	$I_2(0) = I_{1,2}(0) = 0$	$I_3(0) = I_{1,1}(0) = 1$	$I_4(0) = I_{2,2}(0) = 1$
$(2,3)$	$I_1(0) = I_{2,2}(0) = 1$	$I_2(0) = I_{1,3}(0) = 0$	$I_3(0) = I_{1,2}(0) = 0$	$I_4(0) = I_{2,3}(0) = 0$
$(3,0)$	$I_1(0) = I_{3,-1}(0) = 0$	$I_2(0) = I_{2,0}(0) = 0$	$I_3(0) = I_{2,-1}(0) = 0$	$I_4(0) = I_{3,0}(0) = 0$
$(3,1)$	$I_1(0) = I_{3,0}(0) = 0$	$I_2(0) = I_{2,1}(0) = 0$	$I_3(0) = I_{2,0}(0) = 0$	$I_4(0) = I_{3,1}(0) = 0$
$(3,2)$	$I_1(0) = I_{3,1}(0) = 0$	$I_2(0) = I_{2,2}(0) = 1$	$I_3(0) = I_{2,1}(0) = 0$	$I_4(0) = I_{3,2}(0) = 0$
$(3,3)$	$I_1(0) = I_{3,2}(0) = 0$	$I_2(0) = I_{2,3}(0) = 0$	$I_3(0) = I_{2,2}(0) = 1$	$I_4(0) = I_{3,3}(0) = 1$

Alınmış nəticələrin təhlili

n və n' kvant ədədlərinin yuxarıda qeyd olunan (n, n') şəklində 16 kombinasiyadakı qiymətlərinin (49) ifadəsində nəzərə alınması R_0 funksiyasını konkret şəkildə hesablamağa və maqnitləşmiş mühitdə $\nu_i \widetilde{\nu}_i \to e^- e^+$ proseslərinin qadağan olunması və ya gedə bilməsi haqda nəticə çıxarmağa imkan verir. n və n' kvant ədədlərinin bəzi kombinasiyalarında R_0 funksiyasının sıfra bərabər olması kvant ədədlərinin həmin kombinasiyaları üçün maqnitləşmiş mühitdə $\nu_i \widetilde{\nu}_i \to e^- e^+$ proseslərinin qadağan olunduğunu göstərir. n və n' kvant ədədlərinin başqa bir kombinasiyalarında R_0 funksiyasının sıfırdan fərqli olması, hələ kvant ədədlərinin həmin kombinasiyaları üçün maqnitləşmiş mühitdə $\nu_i \widetilde{\nu}_i \to e^- e^+$ proseslərinin mütləq şəkildə yol verilə bilən olması demək deyil. $R_0(x = 0)$ funksiyasının zahirən sıfırdan fərqli olduğu halda prosesin qadağan olub-olmamasını müəyyən etmək üçün həmin funksiyanı müəyyən edən müvafiq a_i əmsalları hesablanmalıdır.

Neytrino sahə istiqamətində $\vartheta = 0$, antineytrino isə sahənin əksi istiqamətində $\vartheta' = \pi$ hərəkət etdikdə, yaxud neytrino sahənin əksi istiqamətində $\vartheta = \pi$, antineytrino isə sahə istiqamətində $\vartheta' = 0$ hərəkət etdikdə $\nu_i \widetilde{\nu}_i \to e^- e^+$ prosesləri üçün d_i bucaq əmsallarından və t_i spin əmsallarından asılı olan a_i əmsallarının hesablanması onu göstərir ki, $\vartheta = 0$, $\vartheta' = \pi$ halında baxılan n və n' kvant ədədlərinin yalnız $(1, 0)$, $(2, 1)$ və $(3, 2)$ kombinasiyalarında a_i əmsalları sıfırdan fərqlidir və proses qadağan olunmayıbdır. $\vartheta = \pi$, $\vartheta' = 0$ halında $\nu_i \widetilde{\nu}_i \to e^- e^+$ prosesləri üçün a_i əmsallarının hesablanması göstərir ki, n və n' kvant ədədlərinin yalnız $(1, 2)$ və $(2, 3)$ kombinasiyalarında a_i əmsalları sıfırdan fərqlidir və $\nu_i \widetilde{\nu}_i \to e^- e^+$ prosesləri qadağan olunmayıbdır. Cədvəl 2-də göstərilən nəticələrin təhlili göstərir ki, maqnitləşmiş mühitdə neytrinolar və antineytrinolar maqnit sahəsinin intensivlik vektoru ilə üst-üstə düşən z-oxu üzrə bir-birinə əks istiqamətlərdə hərəkət etdikdə $n, n' = 0, 1, 2, ...$ kvant ədədləri üçün

$$\Delta n = n - n' = 0, \tag{66}$$

$$|\Delta n| = |n - n'| \geq 2 \tag{67}$$

olan $\nu_i \widetilde{\nu}_i \to e^- e^+$ prosesləri qadağan olunubdur.

İndi isə baş kvant ədədi üçün

$$\Delta n = \pm 1 \tag{68}$$

olan hala baxaq. Təhlillər göstərir ki, $n = 1, 2, ...$ və $n' = 0, 1, 2, ...$ kvant ədədləri üçün $\nu_i \widetilde{\nu}_i \to e^- e^+$ proseslərinin aqibəti aşağıdakı kimidir: neytrinolar maqnit sahəsi istiqamətində, antineytrinolar isə maqnit sahəsinin əksi istiqamətində hərəkət etdikdə $\Delta n=+1$ ($\Delta n=-1$) olan $\nu_i\tilde{\nu}_i \to e^- e^+$ prosesləri qadağan olunmayıbdır (qadağan olunubdur); neytrinolar maqnit sahəsinin əksi istiqamətində, antineytrinolar isə maqnit sahəsi istiqamətində hərəkət etdikdə $\Delta n=-1$ ($\Delta n=+1$) olan $\nu_i\tilde{\nu}_i \to e^- e^+$ prosesləri qadağan olunmayıbdır (qadağan olunubdur).

Cədvəl 2

Neytrinolar (antineytrinolar) sahə üzrə əks istiqamətlərdə hərəkət etdikdə $n, n' = 0,1,2,3$ indekslərinin müxtəlif qiymətləri üçün R_0 funksiyasının ifadələri, baş kvant ədədinin dəyişməsi və proseslərin qadağan olunması və ya olunmaması

(n, n')	Δn	$R_0(x=0)$		Proseslərin qadağan olunması/ olunmaması $(-/+)$	
		$\vartheta = 0$, $\vartheta' = \pi$	$\vartheta = \pi$, $\vartheta' = 0$	$\vartheta = 0$, $\vartheta' = \pi$	$\vartheta = \pi$, $\vartheta' = 0$
$(0,0)$	0	$a_4 = 0$	$a_4 = 0$	$-$	$-$
$(0,1)$	-1	$a_1 = 0$	$a_1 = 8t_4(n=0, n'=1) = 0$	$-$	$-$
$(0,2)$	-2	0	0	$-$	$-$
$(0,3)$	-3	0	0	$-$	$-$
$(1,0)$	$+1$	$a_2 = 8t_5(n=1, n'=0) \neq 0$	$a_2 = 0$	$+$	$-$
$(1,1)$	0	$a_3 + a_4 + a_{10} = 0$	$a_3 + a_4 + a_{10} = 0$	$-$	$-$
$(1,2)$	-1	$a_1 = 0$	$a_1 = 8t_4(n=1, n'=2) \neq 0$	$-$	$+$
$(1,3)$	-2	0	0	$-$	$-$
$(2,0)$	$+2$	0	0	$-$	$-$
$(2,1)$	$+1$	$a_2 = 8t_5(n=2, n'=1) \neq 0$	$a_2 = 0$	$+$	$-$
$(2,2)$	0	$a_3 + a_4 + a_{10} = 0$	$a_3 + a_4 + a_{10} = 0$	$-$	$-$

Cədvəl 3

Neytrinolar (antineytrinolar) sahə üzrə əks istiqamətlərdə hərəkət etdikdə $n, n' = 0,1,2,3$ indekslərinin müxtəlif qiymətləri üçün R_0 funksiyasının ifadələri, baş kvant ədədinin dəyişməsi və proseslərin qadağan olunması və ya olunmaması (davamı)

(n,n')	Δn	$R_0(x=0)$		Proseslərin qadağan olunması/ olunmaması $(-/+)$	
		$\vartheta = 0$, $\vartheta' = \pi$	$\vartheta = \pi$, $\vartheta' = 0$	$\vartheta = 0$, $\vartheta' = \pi$	$\vartheta = \pi$, $\vartheta' = 0$
$(2,3)$	-1	$a_1 = 0$	$a_1 = 8t_4(n=2, n'=3) \neq 0$	$-$	$+$
$(3,0)$	$+3$	0	0	$-$	$-$
$(3,1)$	$+2$	0	0	$-$	$-$
$(3,2)$	$+1$	$a_2 = 8t_5(n=3, n'=2) \neq 0$	$a_2 = 0$	$+$	$-$
$(3,3)$	0	$a_3 + a_4 + a_{10} = 0$	$a_3 + a_4 + a_{10} = 0$	$-$	$-$

Yekun

Maqnitləşmiş mühitdə neytrinolar və antineytrinolar maqnit sahəsinin intensivlik vektoru ilə üst-üstə düşən z-oxu üzrə bir-birinə əks istiqamətlərdə hərəkət etdikdə $n, n' = 0,1,2,...$ kvant ədədləri üçün $\Delta n = n - n' = 0$ və $|\Delta n| = |n - n'| \geq 2$ olan $\nu_i \tilde{\nu}_i \to e^- e^+$ prosesləri qadağan olunubdur. $n = 1,2,...$ və $n' = 0,1,2,...$ kvant ədədləri üçün $\Delta n = \pm 1$ olan $\nu_i \tilde{\nu}_i \to e^- e^+$ proseslərinin aqibəti isə aşağıdakı kimidir: neytrinolar maqnit sahəsi istiqamətində, antineytrinolar isə maqnit sahəsinin əksi istiqamətində hərəkət etdikdə $\Delta n = +1$ ($\Delta n = -1$) olan $\nu_i \tilde{\nu}_i \to e^- e^+$ prosesləri qadağan olunmayıbdır (qadağan olunubdur); neytrinolar maqnit sahəsinin əksi istiqamətində, antineytrinolar isə maqnit sahəsi istiqamətində hərəkət etdikdə $\Delta n = -1$ ($\Delta n = +1$) olan $\nu_i \tilde{\nu}_i \to e^- e^+$ prosesləri qadağan olunmayıbdır (qadağan olunubdur).

ƏDƏBİYYAT

1. Липунов В. М. Астрофизика нейтронных звезд. М.: Наука, 1987.
2. Duncan R.C., Thompson C. The Astrophysical Journal Letters, 1992, v.392, pp.L9.
3. Kouveliotou C., Duncan R.C., Thompson C. Magnetars. Scientific American, 2003, v.288, No2, pp.24-31.
4. Bisnovatiy-Kogan G.S., Popov Yu. P. and Samochin A.A. Astrophysics and Space Science, 1976, v.41, No2, pp.287-320.
5. Bisnovatyi-Kogan G.S. Workshop on Frontier Objects in Astrophysics and Particle Physics (Vulcano Workshop, 1994). 23-28 May 1994, Vulcano, Italy, pp.443-449.

6. Bruenn S.W. The Astrophysical Journal Supplement Series, 1985, v.58, pp.771-841.
7. LeBlanc J., Wilson J.R. The Astrophysical Journal, 1970, v.161, p.541.
8. Mezzacappa A., Bruenn S. W. The Astrophysical Journal, 1993, v.405, pp.669-684.
9. Rampp M., Janka H.T. The Astrophysical Journal, 2000, v.539, No1, pp. L33-L36.
10. Benesh C.J., Horowitz C.J. e-print archive: astro-ph/9708033 v1.
11. Berezinsky V.S. Astrophysics and Space Sciences, 2007, v.309, No1-4, pp.453-463.
12. Berezinsky V.S., Prilutsky O. F. Astronomy and Astrophysics, 1987, v.175, pp.309-311.
13. Blanco-Pillado J.J., Vazquez R.A., Zas E. e-print archive: astro-ph/ 9902266.
14. Fargion D., Mele B. e-print archive: astro-ph/9902024.
15. Giller M. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 2008, v.35, No2, p.023201.
16. Giller M., Michalak W. In: Proceedings of International Conference «Relativistic Jets in AGNs», Krakow, May 27-30, 1997, Krakow, 1997, p.189.
17. Goodman J., Dar A. and Nussinov Sh. The Astrophysical Journal, 1987, v. 314, pp. L7-L10.
18. Gusseinov V.A. Academic Open Internet Journal, 2001, v.4, http: // www.acadjournal.com / 2001/v4/part4/p1.
19. Hardy S.J., Thoma M.H. Physical Review D, 2001, v.63, p. 025014.
20. Salmonson J.D., Wilson J.R. The Astrophysical Journal, 1999, v.517, pp.859-865.
21. Salmonson J.D., Wilson J.R. The Astrophysical Journal, 2001, v.561, pp.950-956.
22. Соколов А.А., Тернов И.М**.** Релятивистский электрон. М.: Наука, 1983, 304с.
23. Окунь Л. Б. Лептоны и кварки. М.: Наука, 1990, 346с.
24. Каминкер А.Д., Яковлев Д.Г. Теоретическая и математическая физика, 1981, т.49, №2, с. 248-260.
25. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М: Физматгиз, 1962, 1100 с. с илл.

ПРИНЦИП ЗАПРЕТА И ПРАВИЛО ОТБОРА ДЛЯ ПРОЦЕССОВ АННИГИЛЯЦИИ НЕЙТРИНО-АНТИНЕЙТРИННЫХ ПАР В ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫЕ ПАРЫ В ЗАМАГНИЧЕННОЙ СРЕДЕ

Р.Э.ГАСЫМОВА

РЕЗЮМЕ

Показано, что если нейтрино и антинейтрино летят в противоположных направлениях вдоль оси z, совпадающей с вектором интенсивности магнитного поля, то процессы $\nu_i\tilde{\nu}_i \to e^- e^+$ с $\Delta n = n - n' = 0$ и $|\Delta n| = |n - n'| \geq 2$ запрещены для номеров $n, n' = 0,1,2,...$ уровней Ландау позитронов и электронов. Для квантовых чисел $n = 1,2,...$ и $n' = 0,1,2,...$ судьба процессов $\nu_i\tilde{\nu}_i \to e^- e^+$ с $\Delta n = \pm 1$ заключается в следующем: если нейтрино летят вдоль магнитного поля, а антинейтрино - против магнитного поля, то процессы $\nu_i\tilde{\nu}_i \to e^- e^+$ с $\Delta n = +1$ ($\Delta n = -1$) не запрещены (запрещены); если нейтрино летят против магнитного поля, а антинейтрино - вдоль магнитного поля, то процессы $\nu_i\tilde{\nu}_i \to e^- e^+$ с $\Delta n = -1$ ($\Delta n = +1$) не запрещены (запрещены).

Ключевые слова: функция Лагерра, основной уровень Ландау, низкий уровень Ландау, магнитное поле, нейтрино-антинейтринные пары, электрон-позитронные пары

EXCLUSION PRINCIPLE AND SELECTION RULE FOR PROCESSES OF ANNIHILATION OF NEUTRINO AND ANTINEUTRINO PAIRS INTO ELECTRON AND POSITRON PAIRS IN MAGNETIZED MEDIUM

R.E.GASIMOVA

SUMMARY

It is shown that if neutrinos and antineutrinos move in the opposite directions along the z -axis coinciding with the magnetic field intensity vector, the processes $\nu_i \tilde{\nu}_i \to e^- e^+$ with the $\Delta n = n - n' = 0$ and $|\Delta n| = |n - n'| \geq 2$ are forbidden for the numbers $n, n' = 0, 1, 2, \ldots$ of the Landau levels of the positrons and electrons. For the quantum numbers $n = 1, 2, \ldots$ and $n' = 0, 1, 2, \ldots$ the fate of the processes $\nu_i \tilde{\nu}_i \to e^- e^+$ with $\Delta n = \pm 1$ is as follows: if neutrinos move along the magnetic field direction and antineutrinos move opposite to the magnetic field direction, the processes $\nu_i \tilde{\nu}_i \to e^- e^+$ with $\Delta n = +1$ ($\Delta n = -1$) are allowed (are forbidden); if neutrinos move opposite to the magnetic field direction and antineutrinos move along the magnetic field direction, the processes $\nu_i \tilde{\nu}_i \to e^- e^+$ with $\Delta n = -1$ ($\Delta n = +1$) are allowed (are forbidden).

Key words: Laguerre function, ground Landau level, low Landau level, magnetic field, neutrino-antineutrino pairs, electron-positron pairs

Redaksiyaya daxil oldu: 22.10.2015-ci il
Çapa imzalandı: 17.11.2015-ci il